EPFL

IMPÉDANCES ET RÉSEAUX D'IMPÉDANCES

LEÇON 15

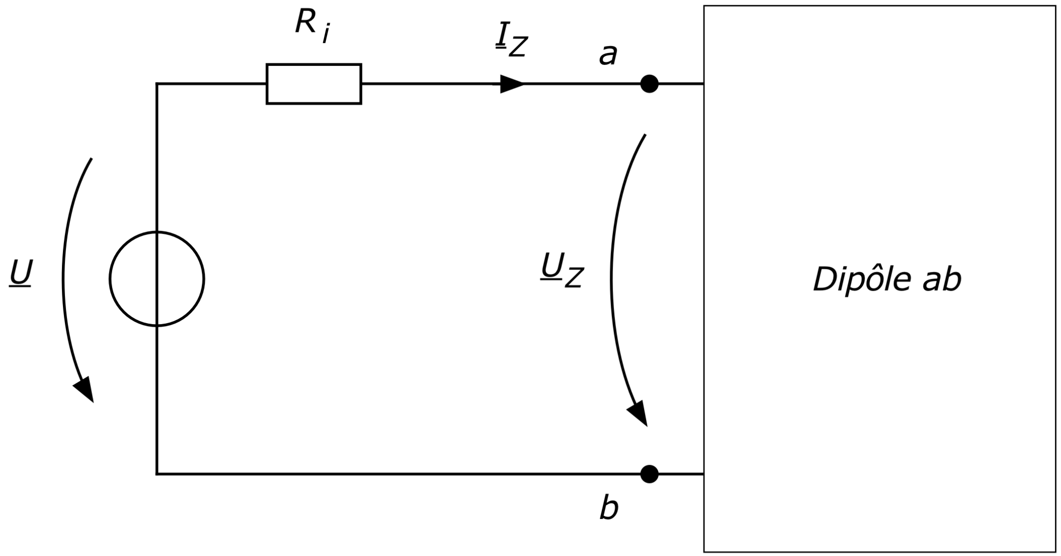
Électrotechnique I
Yves PERRIARD & Paolo GERMANO
Laboratoire d'Actionneurs Intégrés

INTRODUCTION

Généralités

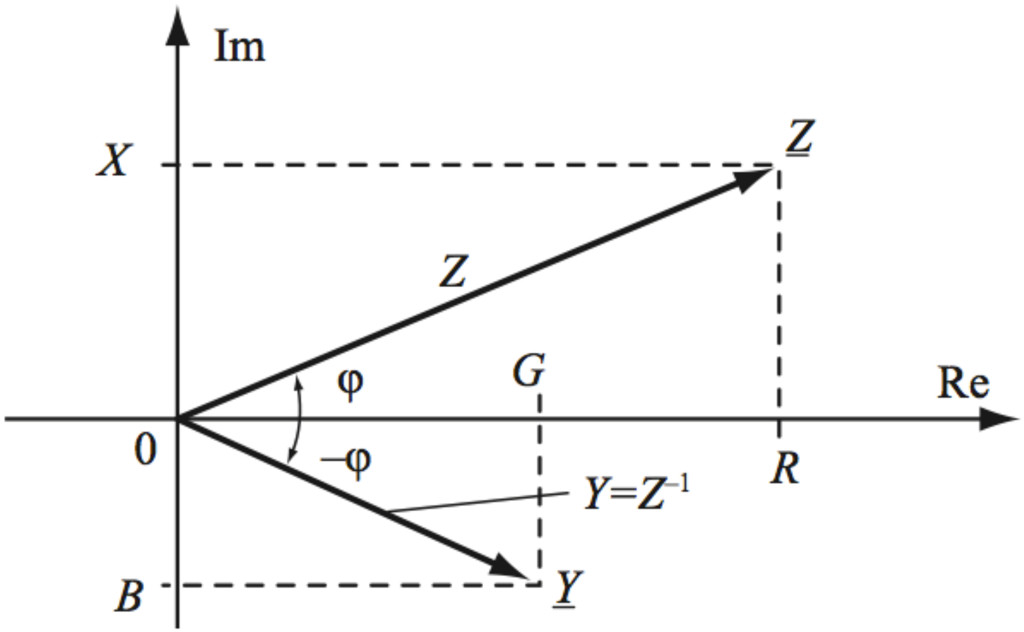
- Impédance d'un dipôle
- Représentation dans le plan complexe
  - Résistance R et réactance X
  - Conductance G et susceptance B
- Réseau d'impédances – Règles
- Tripôles équivalents
- Diviseur de tension et diviseur de courant
- Conclusion

Impédance d'un dipôle



EPFL

Représentation dans le plan complexe



$$\boxed{\underline{Z} = Z e^{j\varphi} = R + \mathrm{j}X}$$

Avec les équations de transformation :

$$R = Z\cos\varphi \qquad X = Z\sin\varphi$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} \qquad \varphi = \arctan\frac{X}{R}$$

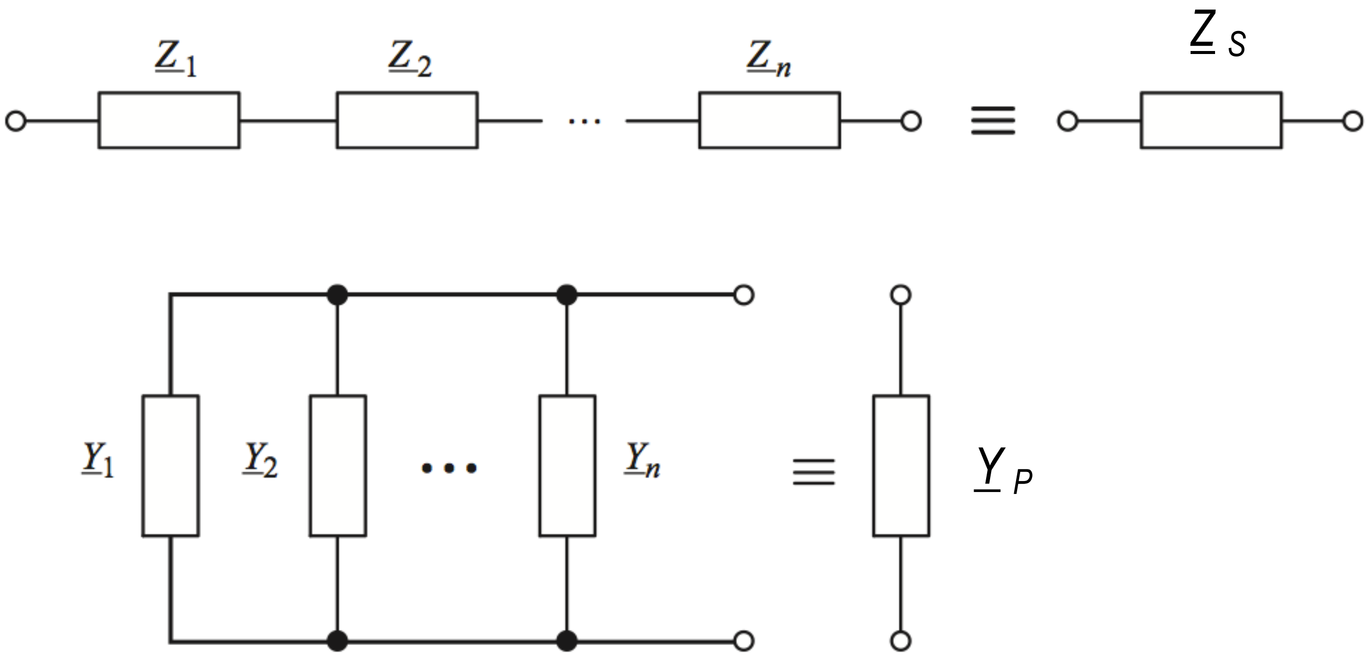
$$\boxed{\underline{Y} = Y e^{-\mathrm{j}\varphi} = G + \mathrm{j}B}$$

avec les équations de transformation :

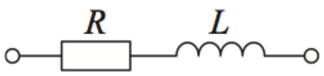
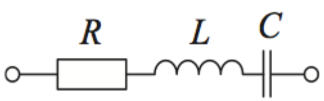
$$G = Y\cos\varphi \qquad B = -Y\sin\varphi$$

$$Y = \sqrt{G^2 + B^2} \qquad \varphi = \arctan\left(-\frac{B}{G}\right)$$

Combinaison d'impédances et d'admittances
Mise en série – Mise en parallèle



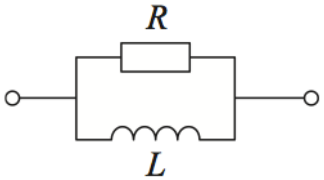
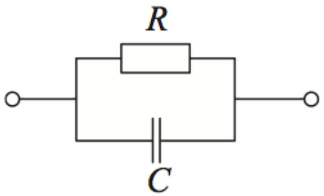
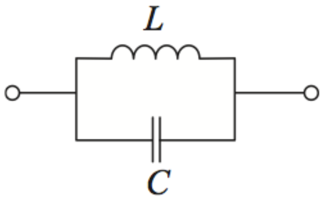
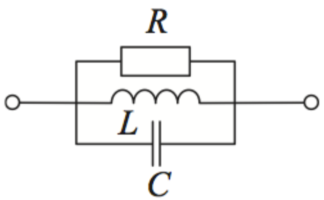
Quelques circuits usuels :

Circuit	Impédance $\underline{Z} = R_z + \mathrm{j}X$	Admittance $\underline{Y} = G_z + \mathrm{j}B$
	$R + \mathrm{j}\omega L$	$\dfrac{1}{R + \mathrm{j}\omega L} = \dfrac{R - \mathrm{j}\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2}$
	$R + \dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C} = R - \mathrm{j}\dfrac{1}{\omega C}$	$\dfrac{R\omega^2 C^2 + \mathrm{j}\omega C}{1 + \omega^2 R^2 C^2}$
	$\mathrm{j}\left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right) = \mathrm{j}\dfrac{\omega^2 LC - 1}{\omega C}$	$\mathrm{j}\dfrac{\omega C}{1 - \omega^2 LC}$
	$R + \mathrm{j}\left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)$	$\dfrac{R - \mathrm{j}\left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)}{R^2 + \left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)^2}$

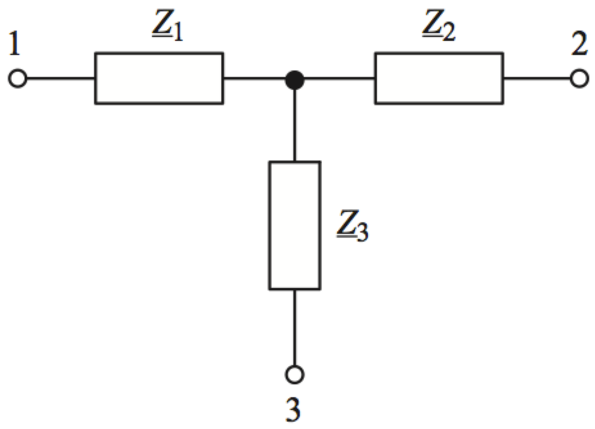
…

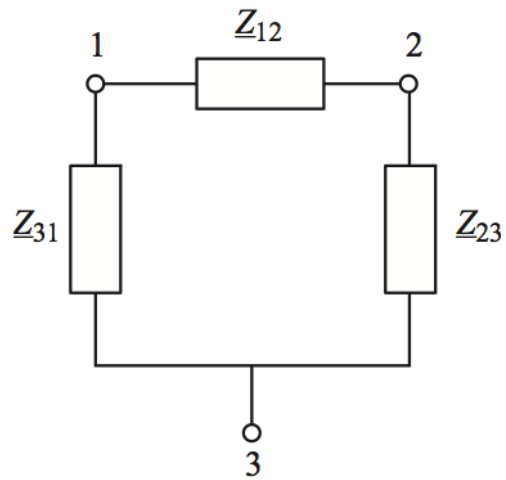
IMPÉDANCES ET RÉSEAUX D'IMPÉDANCES

…

Circuit	Impédance $\underline{Z} = R_z + \mathrm{j}X$	Admittance $\underline{Y} = G_z + \mathrm{j}B$
	$\dfrac{R\omega^2 L^2 + \mathrm{j}\omega L R^2}{R^2 + \omega^2 L^2}$	$\dfrac{1}{R} - \mathrm{j}\dfrac{1}{\omega L}$
	$\dfrac{R - \mathrm{j}\omega C R^2}{1 + \omega^2 R^2 C^2}$	$\dfrac{1}{R} + \mathrm{j}\omega C$
	$\mathrm{j}\dfrac{\omega L}{1 - \omega^2 LC}$	$\mathrm{j}\left(\omega C - \dfrac{1}{\omega L}\right)$
	$\dfrac{R - \mathrm{j}R^2\left(\omega C - \dfrac{1}{\omega L}\right)}{1 + R^2\left(\omega C - \dfrac{1}{\omega L}\right)^2}$	$\dfrac{1}{R} + \mathrm{j}\left(\omega C - \dfrac{1}{\omega L}\right)$

Tripôles équivalents





$$\underline{Z}_1 = \frac{\underline{Z}_{12}\underline{Z}_{31}}{\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{31}}$$

$$\underline{Z}_2 = \frac{\underline{Z}_{12}\underline{Z}_{23}}{\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{31}}$$

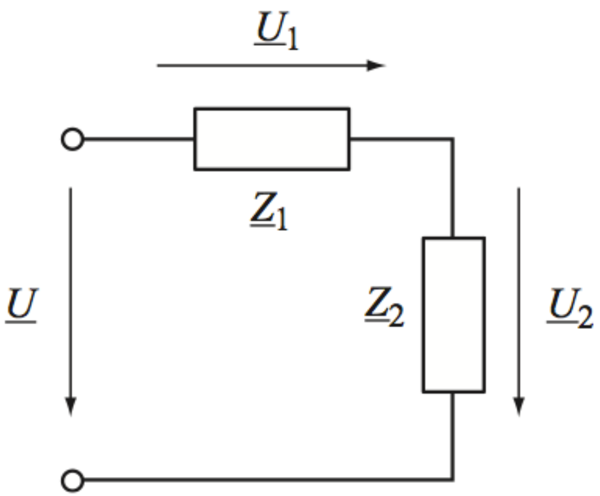
$$\underline{Z}_{12} = \frac{\underline{Z}_1\underline{Z}_2 + \underline{Z}_2\underline{Z}_3 + \underline{Z}_3\underline{Z}_1}{\underline{Z}_3}$$

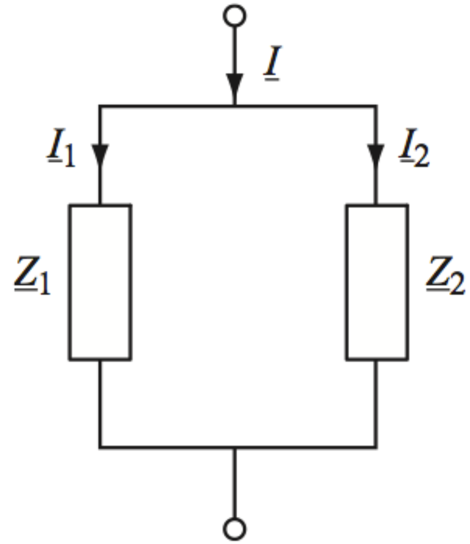
$$\underline{Z}_3 = \frac{\underline{Z}_{23}\underline{Z}_{31}}{\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{31}}$$

$$\underline{Z}_{31} = \frac{\underline{Z}_1\underline{Z}_2 + \underline{Z}_2\underline{Z}_3 + \underline{Z}_3\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2}$$

$$\underline{Z}_{23} = \frac{\underline{Z}_1\underline{Z}_2 + \underline{Z}_2\underline{Z}_3 + \underline{Z}_3\underline{Z}_1}{\underline{Z}_1}$$

Diviseur de tension et diviseur de courant





$$\boxed{\underline{U}_1 = \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}\underline{U}}$$

$$\boxed{\underline{U}_2 = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}\underline{U}}$$

$$\boxed{\underline{I}_1 = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}\underline{I}}$$

$$\boxed{\underline{I}_2 = \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}\underline{I}}$$

CONCLUSIONS

- Impédance d'un dipôle et son inverse
- Règles de combinaisons
- Tableau de circuits usuels
- Tripôles et diviseurs, comme en DC